Prof. Dr. Alfred Toth

Leere und nicht-leeere trajektische Ränder

1. Eine Relation wie z.B.

$X = (a, b, c, d)$

kann man als trajektische Relation der Form

$TX = (a, b \mid c, d)$

auffassen mit

$\tau(a, b) = (a \rightarrow b)$

$\tau(c, d) = (c \leftarrow d)$.

Der trajektische Rand ist dann

$R(TX) = \Delta((a, b), (c, d) = \Delta((a \rightarrow b), (c \leftarrow d))$.

2. Wir führen nun eine Verschränkungsoperation ein

$V(TX) = (a, c \mid b, d)$,

dann ist der trajektische Rand

$R(V(TX)) = (c \mid b)$,

d.h. es ist zwischen leeren und nicht-leeren trajektischen Rändern zu unterscheiden.

2. Bei triadischen Zeichenrelationen kann man Trajekte bilden, indem man sich die Triaden als aus Dyaden konkateniert vorstellt

$ZKl = (3.x, 2.y, 1.z) = (3.x, 2.y) \mid (2.y, 1.z)$.

Nach dem oben Gesagten liegt hier vermöge Differenz ein leerer Rand vor

$R(ZKl) = ((2. \rightarrow .y) \mid (y. \leftarrow .2))$.

Durch V wird der Rand allerdings auf die beiden Seiten von R(ZKl) verteilt, vgl. das System der Permutationen von ZKl (Toth 2025a), so daß sich ein System von nicht-leeren Rändern ergibt.

3.x	$\underline{2.y}$	1.z	=	$3.\underline{2}$	$x.\underline{y}$	$\vert$	$\underline{2}.1$	$\underline{y}.z$
3.x	$\underline{1.z}$	2.y	→	$3.\underline{1}$	$x.\underline{z}$	$\vert$	$\underline{1}.2$	$\underline{z}.y$
2.y	$\underline{3.x}$	1.z	→	$2.\underline{3}$	$y.\underline{x}$	$\vert$	$\underline{3}.1$	$\underline{x}.z$
2.y	$\underline{1.z}$	3.x	→	$2.\underline{1}$	$y.\underline{z}$	$\vert$	$\underline{1}.3$	$\underline{z}.x$

$$1.z \quad \underline{3.x} \quad 2.y \quad \rightarrow \quad 1.\underline{3} \quad z.\underline{x} \quad | \quad \underline{3}.2 \quad \underline{x}.y$$

$$1.z \quad \underline{2.y} \quad 3.x \quad \rightarrow \quad 1.\underline{2} \quad z.\underline{y} \quad | \quad \underline{2}.3 \quad \underline{y}.x$$

$$z.1 \quad \underline{y.2} \quad x.3 \quad \rightarrow \quad z.\underline{y} \quad 1.\underline{2} \quad | \quad \underline{y}.x \quad \underline{2}.3$$

$$y.2 \quad \underline{z.1} \quad x.3 \quad \rightarrow \quad y.\underline{z} \quad 2.\underline{1} \quad | \quad \underline{z}.x \quad \underline{1}.3$$

$$z.1 \quad \underline{x.3} \quad y.2 \quad \rightarrow \quad z.\underline{x} \quad 1.\underline{3} \quad | \quad \underline{x}.y \quad \underline{3}.2$$

$$x.3 \quad \underline{z.1} \quad y.2 \quad \rightarrow \quad x.\underline{z} \quad 3.\underline{2} \quad | \quad \underline{z}.y \quad \underline{1}.2$$

$$y.2 \quad \underline{x.3} \quad z.1 \quad \rightarrow \quad y.\underline{z} \quad 2.\underline{3} \quad | \quad \underline{x}.z \quad \underline{3}.1$$

$$x.3 \quad \underline{y.2} \quad z.1 \quad \rightarrow \quad x.\underline{y} \quad 3.\underline{2} \quad | \quad \underline{y}.z \quad \underline{2}.1$$

Bei bifunktoriellen Relationen läßt sich also der trajektische Rand wie folgt definieren:

$$TrR = (a.x \mid a.x) \times (x.a \mid x.a)$$

mit $a = \text{const.} \in (1, 2, 3)$ und $x = \text{var.} \in (1, 2, 3)$.

Setzen wir mit Toth (2025) A für Außen, R für Rand und I für Innen, dann kann also jedes Subzeichen in den drei Kombinationen von A, R und I auftreten.

$$S = (x_A.y_R), (x_R.y_I), (x_A.y_I) ,$$

und man erhält für ZKl

$$3_A.x_A \quad \underline{2}_R.\underline{y}_R \quad 1_I.z_I \quad = \quad 3_A.\underline{2}_R \quad x_A.\underline{y}_R \quad | \quad \underline{2}_R.1_I \quad \underline{y}_R.z_I$$

$$3_A.x_A \quad \underline{1}_R.\underline{z}_R \quad 2_I.y_I \quad \rightarrow \quad 3_A.\underline{1}_R \quad x_A.\underline{z}_R \quad | \quad \underline{1}_R.2_I \quad \underline{z}_R.y_I$$

$$2_A.y_A \quad \underline{3}_R.\underline{x}_R \quad 1_I.z_I \quad \rightarrow \quad 2_A.\underline{3}_R \quad y_A.\underline{x}_R \quad | \quad \underline{3}_R.1_I \quad \underline{x}_R.z_I$$

$$2_A.y_A \quad \underline{1}_R.\underline{z}_R \quad 3_I.x_I \quad \rightarrow \quad 2_A.\underline{1}_R \quad y_A.\underline{z}_R \quad | \quad \underline{1}_R.3_I \quad \underline{z}_R.x_I$$

$$1_A.z_A \quad \underline{3}_R.\underline{x}_R \quad 2_I.y_I \quad \rightarrow \quad 1_A.\underline{3}_R \quad z_A.\underline{x}_R \quad | \quad \underline{3}_R.2_I \quad \underline{x}_R.y_I$$

$$1_A.z_A \quad \underline{2}_R.\underline{y}_R \quad 3_I.x_I \quad \rightarrow \quad 1_A.\underline{2}_R \quad z_A.\underline{y}_R \quad | \quad \underline{2}_R.3_I \quad \underline{y}_R.x_I$$

$$z_A.1_A \quad \underline{y}_R.\underline{2}_R \quad x_I.3_I \quad \rightarrow \quad z_A.\underline{y}_R \quad 1_A.\underline{2}_R \quad | \quad \underline{y}_R.x_I \quad \underline{2}_R.3_I$$

$$y_A.2_A \quad \underline{z}_R.\underline{1}_R \quad x_I.3_I \quad \rightarrow \quad y_A.\underline{z}_R \quad 2_A.\underline{1}_R \quad | \quad \underline{z}_R.x_I \quad \underline{1}_R.3_I$$

$$z_A.1_A \quad \underline{x}_R.\underline{3}_R \quad y_I.2_I \quad \rightarrow \quad z_A.\underline{x}_R \quad 1_A.\underline{3}_R \quad | \quad \underline{x}_R.y_I \quad \underline{3}_R.2_I$$

$x_A.3_A \quad \underline{z}_R.\underline{1}_R \quad y_I.2_I \quad \rightarrow \quad x_A.\underline{z}_R \quad 3_A.\underline{1}_R \mid \quad \underline{z}_R.y_I \quad \underline{1}_R.2_I$

$y_A.2_A \quad \underline{x}_R.\underline{3}_R \quad z_I.1_I \quad \rightarrow \quad y_A.x_R \quad 2_A.\underline{3}_R \mid \quad \underline{x}_R.z_I \quad \underline{3}_R.1_I$

$x_A.3_A \quad \underline{y}_R.\underline{2}_R \quad z_I.1_I \quad \rightarrow \quad x_A.\underline{y}_R \quad 3_A.\underline{2}_R \mid \quad \underline{y}_R.z_I \quad \underline{2}_R.1_I.$

Literatur

Toth, Alfred, Permutationen systemischer Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

28.12.2025